

Niveau(x) d'enseignement: 4
Centre d'intérêt: 041

Numéro EDUQ : 8870129

Mathématique, option II : plan de cours : les fonctions polynômiales /
Ministère de l'éducation, Direction générale des programmes, Direction
générale des régions. -- [Québec] : Le Ministère, 1986.
51 p. : ill. ; 28 cm. -- (Matériel de soutien à l'implantation des
programmes du secondaire)

Titre de la couv. Code: 16-3304-03 ; 0697-417.

Vedette(s)-secondaire(s): Québec (Province) Ministère de l'éducation,
Direction générale des programmes + Québec (Province) Ministère de
l'éducation, Direction générale des régions

Descripteur(s): Mathématiques + Plan de cours + Activité d'apprentissage
+ Matériel didactique + Secondaire (Ordre d'enseignement)

Ce plan de cours est fait dans l'optique de permettre l'étude des
fonctions polynômiales et des fonctions réelles en plaçant l'élève dans
un contexte où il est très actif: il est responsable d'un centre de
cueillette de données à la NASA. L'enseignant est là pour soutenir
l'élève dans sa démarche. Chacune des fonctions du programme est étudiée
dans un sous-problème particulier représentant une mission spatiale à
réaliser par l'élève. Tous les objectifs reliés à chaque fonction sont
étudiés dans la mission. À la fin des missions, tous les objectifs du
programme auront été étudiés. L'accent est d'abord mis sur les
représentations graphiques des fonctions afin que les élèves visualisent
bien les différents types de fonctions. Par la suite, on traite les
fonctions d'une façon algébrique et, partant de là, on fait découvrir
aux élèves certaines propriétés que possèdent ces diverses fonctions.

Type de document: d



Gouvernement du Québec
Ministère
de l'Éducation

Direction générale des programmes
Direction générale des régions

16-3304-03

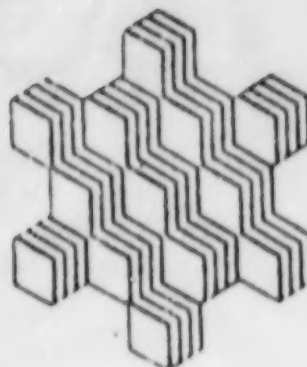
MATÉRIEL DE SOUTIEN À L'IMPLANTATION DES PROGRAMMES DU SECONDAIRE

MATHÉMATIQUE

OPTION II

PLAN DE COURS

LES FONCTIONS POLYNÔMIALES



OCTOBRE 1986

Québec ☐☐

020 400

458 60 04

AVANT-PROPOS

Dans le cadre de l'implantation du programme d'études d'option II (064-534 et 064-531) en mathématique au secondaire, certains conseillers pédagogiques se sont réunis afin de produire des documents de soutien à l'intention des enseignants.

Voici la liste des documents qui ont été rédigés.

<u>NUMERO</u>	<u>TITRE</u>	<u>AUTEUR</u>
16-3304-02	Les coniques	Paul Patenaude
16-3304-03	Les fonctions polynômiales	André Davidson René Parenteau Jean-Luc Bombardier
16-3304-04	Les fonctions trigonométriques	Denis De Champlain Pierre Mathieu
16-3304-05	La géométrie	Pierre Mathieu

Le contenu de ces documents n'engage que les auteurs. Tout organisme scolaire qui le souhaite est autorisé à reproduire ces documents à condition d'en préciser la source.

MATHÉMATIQUE

OPTION -2- (064-534)

PLAN DE COURS

LES FONCTIONS POLYNOMIALES

ET

LES FONCTIONS RÉELLES

PRÉPARE PAR : ANDRE DAVIDSON

RENE RARENTEAU

JEAN-LUC BOMBARDIER

M A I 1985

INTRODUCTION

Ce plan de cours est fait dans l'optique de faire l'étude des fonctions polynomiales et des fonctions réelles en plaçant l'élève dans un contexte où il est très actif: il est responsable d'un centre de cueillette de données à la NASA. L'enseignant est là pour soutenir l'élève dans sa démarche.

Chacune des fonctions du programme est étudiée dans un sous-problème particulier représentant une mission spatiale à réaliser par l'élève. Tous les objectifs reliés à chaque fonction sont alors étudiés dans la mission. A la fin des missions, tous les objectifs du programme auront été étudiés.

L'accent est d'abord mis sur les représentations graphiques des fonctions afin que les élèves visualisent bien les différents types de fonctions.

Par la suite, on traite les fonctions d'une façon algébrique et, partant de là, on fait découvrir à l'élève certaines propriétés que possèdent ces diverses fonctions.

Le temps suggéré (18 heures) l'est uniquement en fonction du cours 534. Les objectifs du cours 531 doivent être vus à l'intérieur des périodes prévues pour le 534.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

MISE EN SITUATION

L'enseignant présente aux élèves la mise en situation suivante:

... tu es responsable d'un centre d'informations de la NASA. Tu dois gérer diverses missions dont les buts sont différents. Pour ce faire, tu dois noter certains renseignements pour assurer la réussite de chacune des missions. Ces renseignements te seront faciles à obtenir si tu réponds bien aux différentes questions qui te seront posées à chacune des missions.

Alors bonne chance dans ta tâche; on espère que tu seras le(la) meilleur(e) responsable de ... ta classe!

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

RAPPEL : 1 COURS

Avant de demander à l'élève d'entreprendre ses missions, l'enseignant doit revoir certaines notions afin de s'assurer que l'élève les comprend bien.

Voici ces notions:

- relation et fonction
- domaine ou image
- les coordonnées à l'origine (abscisse et ordonnée)
- les zéros d'une fonction
- la réciproque d'une fonction
- la parabole
- le sommet d'une parabole

Chapitre 4
math. cont. 5
p. 101 à 151

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

1re mission : étude des fonctions polynomiales de degré 0 et de degré 1

(2 cours)

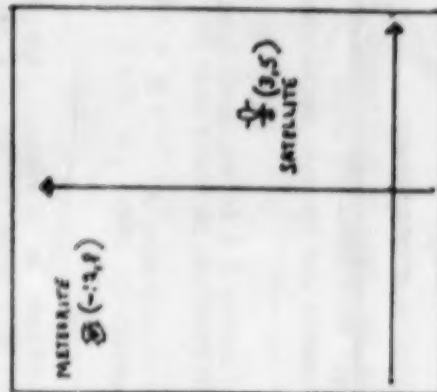
L'enseignant présente à l'élève la situation suivante:

"Ta première mission est d'anéantir une météorite qui menace de s'écraser sur la terre. Le nom de code de l'opération est "LASER".

Pour ce faire, tu te sers d'un satellite muni d'un super rayon laser. Selon la position du satellite et de la météorite, le rayon parcourt un trajet oblique ou un trajet horizontal.

Dans l'accomplissement de ta tâche, tu dois recueillir certaines informations en répondant à quelques questions.

Sur l'écran de repérage situé au sol, tu visionnes la situation ci-dessous:



ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

Voici les renseignements que tu dois rechercher:

- 1) Selon la situation présentée à l'écran, quel type de rayon laser dois-tu utiliser (oblique ou horizontal)?

R.: oblique

- 2) Pour visualiser l'exactitude de ta réponse, trace la droite joignant le satellite (3,5) au météorite (-12,8).

Trouve l'équation de cette droite.

$$R.: y = -\frac{1}{5}x + \frac{28}{5}$$

Si l'élève ne peut trouver cette équation, l'enseignant doit lui rappeler comment trouver l'équation d'une droite connaissant 2 points de cette droite (vu en opt. 1).

- 3) Cette trajectoire (ou son prolongement) coupe l'axe des x en un point (x,0) et l'axe des y en un point (0,y).

a) Quelle est la valeur de l'abscisse à l'origine?

b) Quelle est la valeur de l'ordonnée à l'origine?

R.: 28

R.: $\frac{28}{5}$

Faire remarquer à l'élève que la valeur de x dans le couple (x,0) s'appelle l'abscisse à l'origine et que la valeur de y dans le couple (0,y) s'appelle l'ordonnée à l'origine.

F.I.C. 422, p. 244
ex. p. 250, no 9
p. 253, no 6, 14, 16

F. I. C. 522, p. 271
ex. p. 278, no 9
p. 281, no 4

Math. par obj. 522, p. 129
ex. p. 130, no 1, 2, 12, 16

Math. cont. 5, p. 110
ex. p. 111, no 5

F.I.C. 422, p. 230
ex. p. 235, no 4, 5

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	PAGE: 5
ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES.
4) Si le(s) zéro(s) d'une fonction est(sont) la(les) valeur(s) de x lorsque $F(x) = 0$, trouve le zéro de la fonction que tu as tracée précédemment. R.: 28 Faire le lien entre le zéro de la fonction et l'abscisse à l'origine. 5) Si le maximum (ou minimum) d'une fonction est la plus grande (ou la plus petite) <u>valeur réelle</u> que $F(x)$ peut prendre par cette fonction, alors la fonction précédente a-t-elle un maximum ou un minimum? Expliquer à l'élève pourquoi elle ne peut avoir ni de maximum, ni de minimum. 6) Si une fonction est croissante quand $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$ et qu'elle est décroissante quand $\forall x_1, x_2 \in \mathbb{R}, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$ alors la fonction étudiée est-elle croissante ou décroissante? R.: décroissante Comme enrichissement, vous pourriez faire la distinction entre une fonction croissante et une fonction strictement croissante.	F.I.C. 422, p. 230 math. d'auj., p. 9 ex. p. 10, no 3 Math. par obj. 522, p. 237 ex. p. 238, no 1, 2, 3, 4, 6 F.I.C. 522, p. 350

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

- 7 a) Une fonction F étant positive dans un intervalle lorsque les $F(x)$ sont positifs dans cet intervalle donné, trouve l'intervalle dans lequel la fonction étudiée est positive.

R.: $[-\infty, 28]$

- b) Une fonction F étant négative dans un intervalle lorsque les $F(x)$ sont négatifs dans cet intervalle donné,

trouve l'intervalle dans lequel la fonction étudiée est négative.

R.: $[28, +\infty]$

- 8 a) Quel est le domaine de cette fonction?

R.: $\text{dom } F = \mathbb{R}$

- b) Quelle est l'image de cette fonction?

R.: $\text{ima } F = \mathbb{R}$

Rappeler au besoin les définitions de domaine et d'image d'une fonction.

Math. par obj. 522, p. 153

ex. p. 154, no 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

- 9) L'enseignant explique d'abord que si une fonction F est définie par $F : x \mapsto a x^n$ (où $a \neq 0$ et $n \in \mathbb{N}$) alors F est constante si $n = 0$.

F est une fonction de variation directe si $n \neq 0$
 F est une fonction identité si $n = 1$ et $a = 1$

- a) La fonction étudiée est-elle constante? Justifie.

R.: non car l'équation de la trajectoire est une équation du 1er degré

- b) Est-elle une fonction de variation directe? Justifie.

R.: non, car la trajectoire ne passe pas par l'origine

- c) Est-elle une fonction identité? Justifie.

R.: non, car elle n'est pas de variation directe, donc sûrement pas d'identité

- d) Quel type de rayon laser illustrerait une fonction dite constante?

R.: de type horizontal

Demander à l'élève à quelle condition la navette pourrait utiliser un tel type de rayon pour détruire la météorite.

Math. par obj. 522, p. 225
 ex. p. 227, no 1, 2, 8

F.I.C. 522, p. 328

F.I.C. 422, p. 258
 ex. p. 260, no 1, 3, 4, 5

ACTIVITÉS D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET RÉFÉRENCES.

10)

L'enseignant doit rappeler la méthode algébrique pour trouver la réciproque d'une fonction. En référence à l'objectif 4.1.6 de l'option I où l'élève a étudié la réciproque d'une fonction, il a été établi que $\text{dom } F = \text{ima } F^{-1}$ et $\text{ima } F = \text{dom } F^{-1}$.

Par suite, si $(x, y) \in F$ alors $(y, x) \in F^{-1}$.

Partant de ces notions, si F est définie par $F : x \mapsto x + 3$ alors son équation est $y = x + 3$.

Pour trouver la réciproque, on remplace x par y et y par x ; d'où l'équation de F^{-1} sera $x = y + 3$ ou bien $y = x - 3$.

Quelle est l'équation de la réciproque de la fonction étudiée?

En profiter pour montrer à l'élève que, graphiquement, toute réciproque F^{-1} d'une fonction F est symétrique à F par rapport à la bissectrice des 1^{er} et 3^è quadrants.

$R.: y = -5x + 28$

F. I. C. 422, p. 197
ex. p. 201, no 20, 21, 22, 23, 24, 25

Math. par obj. 522, p. 245
ex. p. 247, no 1, 2, 4, 5, 8, 9

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

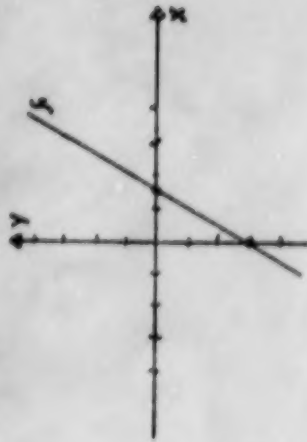
- 11) Maintenant que tu as recueilli certaines informations, laquelle(lesquelles) te semble(nt) essentielle(s) pour réussir ta mission qui était d'anéantir la météorite?

L'élève devrait donner au moins 2 conditions lui permettant de trouver l'équation de la droite.

EXERCICES ET REFERENCES.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Voici les réponses de l'exercice ci-contre:



a)

b) $y = 2x - 3$

c) $x = \frac{3}{2}$

d) F est croissante

e) pour $\left[\frac{3}{2}, +\infty \right)$

f) cette fonction est ni constante,
ni une fonction identité,
ni une fonction de variation directe

g) l'équation de F -1 est: $y = x + \frac{3}{2}$

EXERCICES ET REFERENCES.

1- Exercice:

Soit la fonction $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto 2x - 3$

- a) Trace le graphique cartésien de la fonction F .
- b) Trouve l'équation de la fonction F .
- c) Trouve le zéro réel de cette fonction.
- d) Cette fonction F est-elle croissante ou décroissante?
- e) Pour quel intervalle cette fonction F est-elle positive?
- f) Cette fonction F est-elle une
 - . fonction constante?
 - . fonction identité?
 - . fonction de variation directe?
- g) Trouve l'équation de la fonction réciproque de F .

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

2e mission : étude de la fonction polynomiale de degré 2

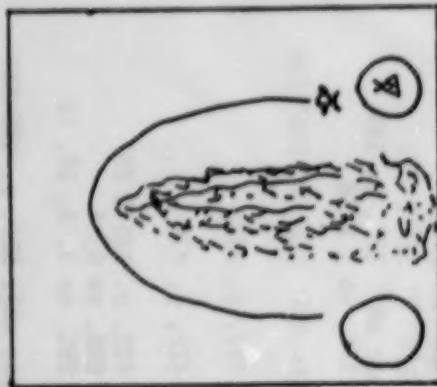
L'enseignant présente à l'élève la situation suivante:

"Je te confie une nouvelle mission: il faut secourir une colonie de chercheurs qui se trouvent sur une planète située de l'autre côté d'un amas d'astéroïdes. Le nom de code de cette opération est "CONTOUR".

Après analyse de la situation illustrée ci-contre, je te propose de faire contourner cet obstacle en suivant une trajectoire particulière définie par la fonction $F : x \mapsto -x^2 + x + 6$ "

- 1) Sur une feuille quadrillée, l'élève trace dans le plan cartésien le graphique de cette fonction.

Si nécessaire, rappeler à l'élève comment tracer une parabole.



Math. par obj. 522, p. 181
ex. p. 183, no 6, 8, 11

F.I.C. 422, p. 276
ex. p. 289, no 13, 14

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

2) La courbe obtenue coupe-t-elle:

- l'axe des x ?
- l'axe des y ?

R.: la courbe coupe les 2 axes

3a) Écris l'équation qui représente cette fonction sous la forme $y = ax^2 + bx + c$

R.: $y = -x^2 + x + 6$

b) Trouve les zéros de cette fonction et identifie-les sur ta figure.

R.: $x = -2$ et $x = 3$

c) Trouve aussi l'ordonnée à l'origine et identifie-la sur ta figure.

R.: 6

4a) Cette fonction a-t-elle un maximum ou un minimum?

R.: maximum

b) Quelle est sa valeur?

R.: $\frac{25}{4}$ ou 6,25

Faire remarquer que le maximum (ou minimum) d'une fonction du 2^e degré est toujours l'ordonnée du sommet de la parabole obtenue et elle a comme valeur $-\frac{(b^2 - 4ac)}{4a}$

F.I.C. 422, p. 276 à 287
ex. p. 283 à 295

F.I.C. 422, p. 295
ex. p. 302, no 1 à 20

Math. par obj. 522, p. 165
ex. p. 166, no 1 à 18

F.I.C. 522, p. 353

F.I.C. 422, p. 278

F.I.C. 422, p. 285 à 287
ex. p. 288, no 4, 5
p. 291, no 3, 8, 10, 12

Math. par obj. 522, p. 181-182
ex. p. 184, no. 7, 9

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

5 a) Dans quel intervalle cette fonction est-elle croissante?

R.: dans $-\infty, 1/2]$

b) Dans quel intervalle est-elle décroissante?

R.: dans $[1/2, +\infty$

6 a) Dans quel intervalle est-elle positive?

R.: dans $[-2, 3]$

b) Dans quel intervalle est-elle négative?

R.: dans $-\infty, -2] \cup [3, +\infty$

Si nécessaire, rappeler qu'une fonction F est

. positive si les $F(x) \geq 0$

et

. négative si les $F(x) \leq 0$

Math. par obj. 522, p. 237, 238

F.I.C. 522, p. 349 à 353
ex. p. 359, no 1

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

7 a) Quel est le domaine de cette fonction?

R.: $\text{dom } F = \mathbb{R}$

b) Quelle est son image?

R.: $\text{ima } F = \left[-\infty, \frac{25}{4}\right]$

8) Trouve l'équation de l'axe de symétrie de cette parabole.

R.: $x = \frac{1}{2}$

Si nécessaire, rappeler la définition de l'axe de symétrie d'une parabole.

F.I.C. 522, p. 333-334

F.I.C. 422, p. 277, 285 à 287
ex. p. 287, no 3, 12, 17, 18
p. 291, no 8, 9

Math. par obj. 522, p. 181
ex. p. 183, no 3, 7

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

- 9) Sur ta feuille quadrillée, trace la réciproque de cette fonction et trouve son équation.

$$R.: x = -y^2 + y + 6$$

Rappeler, au besoin, la technique algébrique, c'est-à-dire en partant de couples appartenant à F tels $(-2, 0)$, $(3, 0)$, $(0, 6)$ et $(0, 5, 6, 25)$ on trouve les couples réciproques $(0, -2)$, $(0, 3)$, $(6, 0)$ et $(6, 25, 0, 5)$ et à partir de ces couples, tracer la courbe de la réciproque.

- 10)

Rappeler d'abord les notions de somme et de produit des zéros. $S = -\frac{b}{a}$ et $P = \frac{c}{a}$

Rappeler aussi l'équation $y = a(x^2 - Sx + P)$ et sa provenance:

$$y = ax^2 + bx + c$$

$$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$y = a(x^2 - Sx + P)$$

Math. par obj. 522, p. 245, 246
ex. p. 247, no 1, 3, 4, 9

F.I.C. 522, p. 368

F.I.C. 422, p. 195 à 197
ex. p. 201, no 20, 21, 22, 23, 24, 25

F.I.C. 422, p. 300-301
ex. p. 308, no 10, 11, 12, 13

Math. par obj. 522, p. 169-170
ex. p. 170, no 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Les renseignements que tu viens d'obtenir t'ont permis d'analyser la fonction donnée pour contourner l'amas d'astéroïdes. Or cette fonction peut se calculer lorsqu'on connaît les zéros de la fonction et les coordonnées du sommet de la parabole associée à cette fonction.

Modifions notre situation de départ et supposons que les coordonnées du satellite sont $(-3,0)$ et celles de la colonie sont $(5,0)$; de plus, l'amas d'astéroïdes s'étend jusqu'au point $(1,6)$.

Trouve l'équation de la fonction permettant de contourner cet amas d'astéroïdes.

$$R.: y = -\frac{3}{8}(x^2 - 2x - 15)$$

EXERCICES ET REFERENCES.

F.I.C. 422, p. 300-301
ex. p. 308, no 12

Math. par obj. 522, p. 185

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Voici les réponses de l'exercice ci-contre:

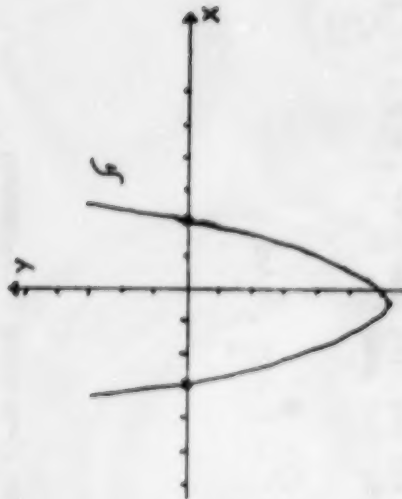
a) $x = -3$ et $x = 2$

b) $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{25}{4}\right)$

c) Vers le haut

d) -6

e)



f) $\min F = -\frac{25}{4}$

g) $x = -1/2$

EXERCICES ET REFERENCES.

1- Exercice:

Soit la fonction
 $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto x^2 + x - 6$

a) Détermine les zéros réels de cette fonction.

b) Détermine les coordonnées du sommet de la parabole associée à cette fonction.

c) La parabole associée à cette fonction est-elle ouverte vers le haut ou vers le bas?

d) Quelle est l'ordonnée à l'origine associée à cette fonction?

e) Trace le graphique cartésien de la fonction F .

f) Détermine le minimum de cette fonction.

g) Trouve l'équation de l'axe de symétrie de la parabole associée à cette fonction.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

h) F est croissante pour $[-1/2, +\infty]$
et décroissante pour $]-\infty, -1/2]$

i) F est positive pour $]-\infty, -3]$ $\cup$ $[2, +\infty]$
et négative pour $]-3, 2]$

j) $\text{dom } F = \mathbb{R}$
 $\text{ima } F = [-25, +\infty]$

h) Pour quel intervalle la fonction est-elle:
- croissante?
- décroissante?

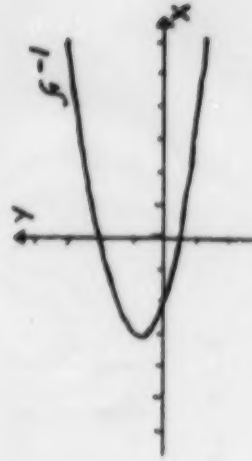
i) Pour quel intervalle la fonction est-elle:
- positive?
- négative?

j) Détermine le domaine et l'image de la fonction F .

Réponse de l'exercice 2 ci-contre:

2. Exercice:

Trace le graphique cartésien de la réciproque de la fonction définie par $F(x) = 2x^2 - 3x - 2$



ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Réponse de l'exercice 3:

$$y = -1(x^2 + 2x - 3)$$

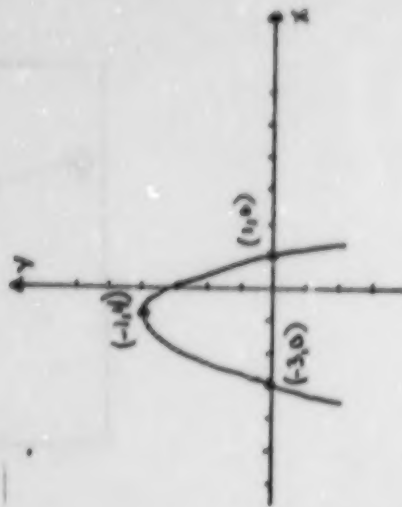
ou

$$y = -x^2 - 2x + 3$$

EXERCICES ET REFERENCES.

3. Exercice:

Trouve l'équation de la parabole ci-dessous:



ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

3e mission : étude de la fonction polynomiale de degré 3

Cette étude est du domaine de l'enrichissement, donc pour les élèves inscrits en 531.

Elle se limite à des cas simples où les zéros de la fonction peuvent être déterminés par factorisation.

L'enseignant présente à l'élève la situation suivante:

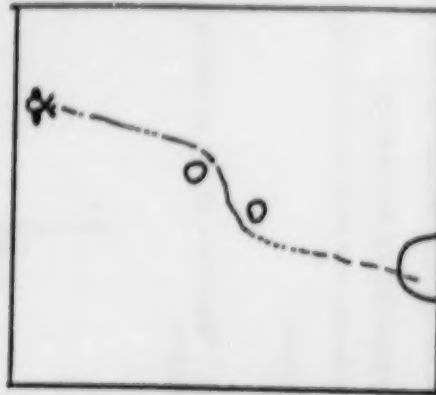
"On envisage de lancer un satellite d'exploration hors de notre galaxie et cette opération porte le nom de code "EXPLORER".

Voici ce que tu as imaginé:

Tu lances un satellite puis, par l'attraction naturelle de plusieurs petites planètes, la puissance nécessaire est alors fournie à ton satellite pour le propulser hors de la galaxie.

Il en résulte une trajectoire définie par une fonction

$$F : x \mapsto x^3 - 8$$



ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

- 1) Sur une feuille quadrillée, trace dans le plan cartésien le graphique de cette fonction.

- 2) Quel est le domaine et l'image de cette fonction?

R.: $\text{dom } F = \mathbb{R}$ et $\text{ima } F = \mathbb{R}$

- 3) Trouve le(s) zéro(s) réel(s) de cette fonction.

R.: $x = 2$

Montrer à l'élève qu'on aura 1 des 3 cas suivants selon la fonction choisie:

a) 1 zéro réel comme dans $F : x \mapsto -x^3 + 2x^2 - x + 2$

b) 2 zéros réels comme dans $F : x \mapsto x^3 + 5x^2 + 3x - 9$

c) 3 zéros réels comme dans $F : x \mapsto x^3 - x$

N.B.: Pour ce qui est du maximum (ou minimum), des intervalles de croissance ou de décroissance, du signe de la fonction, les exercices devront être significatifs car les "sommets" ne sont pas toujours bien identifiables dans ce type de fonction.

Math. par obj. p. 230
ex. p. 231, no 2, 3

F.I.C. 522, p. 334 à 336
ex. p. 342, no 1, 5
p. 345, no 6, 7

Math. d'auj. p. 97 à 110
ex. p. 97-110

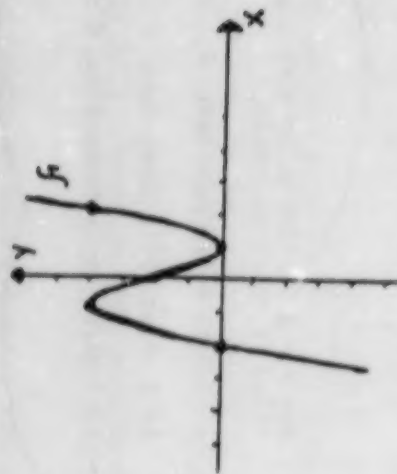
ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

Réponses de l'exercice ci-contre:

a) $x = -2$ et $x = 1$

b)



c) $\text{dom } F = \mathbb{R}$

$\text{ima } F = \mathbb{R}$

1. Exercice:

soit la fonction $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
définie par $F(x) = (x+2)(x-1)^2$ a) Trouve les zéros réels de cette
fonction.

b) Trace son graphique cartésien.

c) Déterminer le domaine et l'image
de F .

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

4e mission: étude de la fonction valeur absolue.

L'enseignant présente maintenant la situation suivante:

"Il te faut établir la communication entre 2 satellites. Le nom de code de l'opération est "VICTOIRE".

Pour établir cette communication, on utilisera une antenne émettrice-réceptrice située sur la terre.

Voici une fonction illustrant une telle communication:
 $F : x \mapsto |x|$

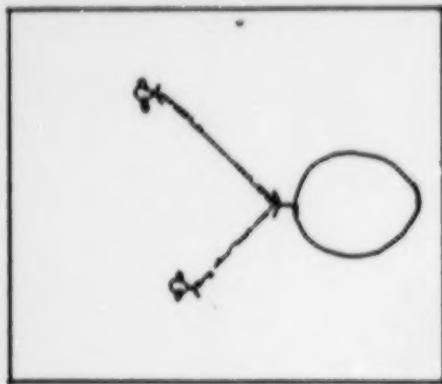
N.B.: La mission suggérée fait appel à la fonction valeur absolue non translatée. Vous devrez cependant faire l'étude de tous les types de fonction valeur absolue, c'est-à-dire la fonction valeur absolue translatée horizontalement, verticalement ou dans les 2 sens.

ex.: 1) $F : x \mapsto |x + 2|$

2) $F : x \mapsto |x| - 3$

3) $F : x \mapsto -|x|$

EXERCICES ET REFERENCES.



ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

- 1) Sur une feuille quadrillée, trace dans le plan cartésien le graphique de cette fonction.

Rappeler au besoin la technique de construction point par point

La communication étant maintenant établie entre les 2 satellites, réponds aux questions suivantes afin d'obtenir certains renseignements.

- 2) Quel est le minimum de cette fonction?

R.: 0

- 3 a) Dans quel intervalle cette fonction est-elle croissante?

R.: dans $[0, +\infty]$

- b) Dans quel intervalle est-elle décroissante?

R.: $-\infty, 0]$

Math. par obj. 522, p. 225
ex. p. 227, no 1, 2, 7, 8

F.I.C. 422, p. 208-209-210
ex. p. 216, no 5, 8, 9
p. 218, no 3, 4, 5, 6, 7

F.I.C. 522, p. 337
ex. p. 343, no 6
p. 346, no 8



ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

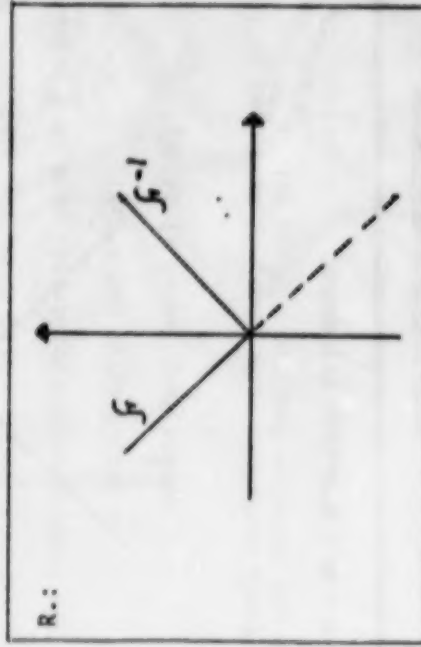
4) Quel est le domaine et l'image de cette fonction?

R.: $\text{dom } F = \mathbb{R}$ et $\text{ima } F = [0, +\infty$

5 a) Trouve l'équation de la réciproque de cette fonction.

R.: $y = \pm x$ (où $x \geq 0$)

b) Sur le même graphique que celui de ta fonction, illustre cette réciproque.

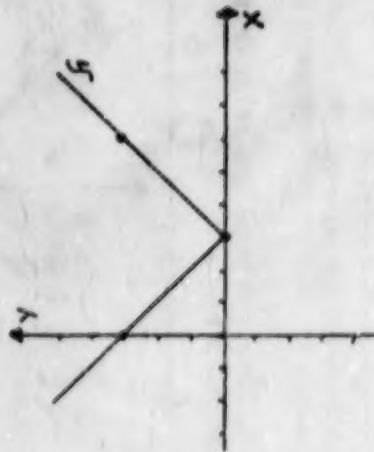


ACTIVITÉS D'APPRENTISSAGE

Réponses de l'exercice ci-contre:

a) $x = 3$

b)



c) $\min F = 0$

d) F est croissante pour $[3, +\infty)$ F est décroissante pour $(-\infty, 3]$

e) l'équation de F^{-1} est: $y = \pm(x) + 3$ (où $x \geq 0$)

EXERCICES ET RÉFÉRENCES.

1. Exercice:

soit la fonction
 $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto |x - 3|$ a) Détermine les zéros de la fonction F .

b) Trace son graphique cartésien.

c) Détermine son minimum.

d) Pour quel intervalle F est-elle:

- croissante?

- décroissante?

e) Trouve l'équation de la réciproque de F .

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

5e mission : étude de la fonction partie entière.

L'étude de la fonction partie entière se limite au tracé graphique et à la recherche du domaine et de l'image de cette fonction.

L'enseignant présente à l'élève la situation suivante:

"Tu viens de repérer la présence d'un OVNI. On te demande des renseignements sur ce visiteur inconnu.

L'opération porte le nom de code "E.I."

Les renseignements recherchés sont de 2 ordres:

- le trajet suivi par l'OVNI,
- l'espace dans lequel il se déplace.

Après certaines recherches, tu constates qu'il se déplace selon une certaine fonction définie par

$F : x \mapsto [x]$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

1. Sur une feuille quadrillée, trace dans le plan cartésien le graphique de la trajectoire de l'OVNI.

Ici, il serait intéressant de comparer les graphiques faits par les élèves, de les faire discuter de l'allure du graphique et de leur demander de trouver des situations de la vie courante où l'on peut trouver des graphiques semblables.

Ex.: - tables d'impôt
- tarifs de stationnement
- exemples suggérés dans le contenu du 414
- etc.

2. Quel est le domaine et l'image de cette fonction?

R.: $\text{dom } F = \mathbb{R}$, $\text{ima } F = \mathbb{Z}$

Math. par obj. p. 226
ex. p. 228, no 6

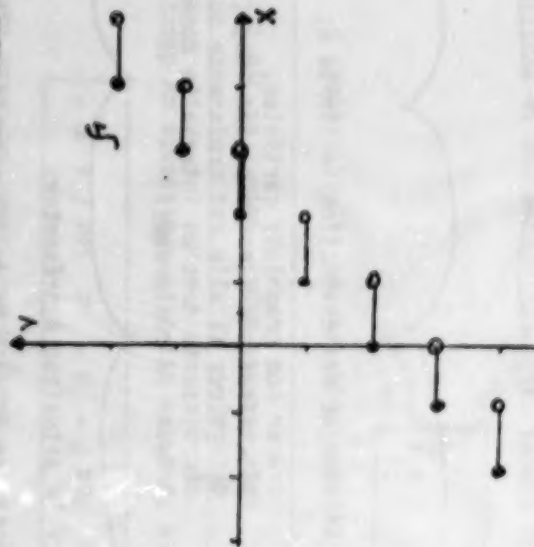
F.I.C. 522, p. 337
ex. p. 346, no 9
p. 348, no 6

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

Réponses de l'exercice ci-contre:

a)

b) $\text{dom } F = \mathbb{R}$ $\text{ima } F = \mathbb{Z}$

1. Exercice:

soit la fonction

$$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto [x] - 2$$

a) Trace le graphique cartésien de la fonction F .

b) Détermine le domaine et l'image de cette fonction.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

6e mission : étude de la fonction de variation inverse.

Il serait intéressant de revoir rapidement la fonction de variation directe avant d'attaquer la fonction de variation inverse.

L'étude de cette fonction se limite à :

- tracer son graphique cartésien,
- déterminer son domaine et son image,
- déterminer si elle est croissante ou décroissante dans un intervalle donné,
- trouver sa réciproque.

Voici la situation à présenter:

Noirceur soudaine! Un de tes satelliste s'est engouffré dans un trou noir. Tu dois le récupérer et cette délicate opération porte le nom de code de "TROU NOIR".

La raison de ce nom de code te sera fournie par l'étude d'une fonction particulière, soit la fonction définie par

$$F : x \mapsto \frac{1}{x}$$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

1) Sur une feuille quadrillée, trace le graphique cartésien de cette fonction.

2) Quel est le domaine et l'image de cette fonction?

$$R.: \text{dom } F = \mathbb{R}^* \text{ et } \text{ima } F = \mathbb{R}^*$$

3) Cette fonction est-elle croissante ou décroissante?

$$R.: \text{décroissante dans }]-\infty, 0[\text{ et }]0, +\infty$$

4a) Quelle est l'équation de sa réciproque?

$$R.: y = \frac{1}{x}$$

4b) Si tu traces cette réciproque sur ta feuille quadrillée, que constates-tu?

$$R.: F^{-1} = F$$

5) Peux-tu maintenant expliquer la raison du nom de code?

$$R.: \text{Il vient du fait que dans la fonction } \frac{1}{x},$$

si $x = 0$ on dit algébriquement que c'est impossible et graphiquement, on ne peut trouver d'image à $x = 0$, on a alors un

TROU NOIR

Math. par obj. 522, p. 234

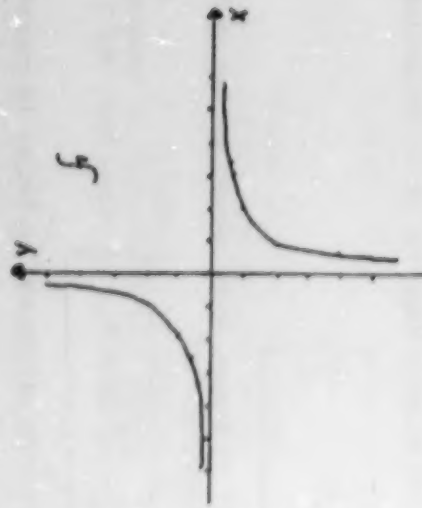
Math. d'auj. p. 45-46
ex. p. 47, no 1 à 9

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

Réponses de l'exercice ci-contre:

a)

b) $\text{dom } F = \mathbb{R}^*$ $\text{ima } F = \mathbb{R}^*$ c) F est croissante pour $-\infty, 0[\cup]0, +\infty$.d) l'équation de F^{-1} est $y = -\frac{2}{x}$.

1. Exercice:

soit la fonction
 $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto -\frac{2}{x}$ a) Trace le graphique cartésien
de F .b) Détermine le domaine et l'image
de F .c) Pour quel intervalle cette fonc-
tion F est-elle croissante?d) Trouve l'équation de F^{-1} .

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

7e mission : étude de la fonction rationnelle 531

On conseille à l'enseignant qui s'adresse à des élèves plus forts (531) de considérer d'abord la fonction rationnelle $F : x \mapsto \frac{cx + d}{ax + b}$ (où $cx + d \neq 0$ et $c \neq 0$) pour ensuite prendre le cas particulier où $a = 0$ et $d = 0$ pour obtenir la fonction inverse.

L'enseignant présente la situation suivante:

"Le trou noir se déplace. Analysons ce qui va se passer si on prend une fonction F définie par

$$F : x \mapsto \frac{x + 3}{2x - 5} \quad (\text{où } x \neq \frac{5}{2})$$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

- 1) Sur une feuille quadrillée, trace le graphique cartésien de cette fonction.

Faire remarquer à l'élève que ce qui change par rapport au graphique de la fonction inverse étudiée dans la 6e mission, c'est la position des asymptotes.

Dans la fonction inverse, les asymptotes sont les axes du plan cartésien tandis que dans la fonction rationnelle l'asymptote horizontale est toujours la droite d'équation $y = \frac{a}{c}$

- 2) Trouve le domaine et l'image de cette fonction.

$$R.: \text{ dom } F = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}$$

et

$$\text{ im } F = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$$

Math. d'auj. p. 111 à 114
ex. p. 114, no 1

Math. par obj. 522, p. 233
ex. p. 235, no 2, 3, 9

F.I.C. 522, p. 338 à 341
ex. p. 344, no 9

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

3) Cette fonction est-elle croissante ou décroissante?

R.: décroissante dans chacun des 2 intervalles suivants:

$$-\infty, \frac{5}{2} [\text{ et }] \frac{5}{2}, +\infty$$

4 a) Quelle est l'équation de la réciproque de cette fonction?

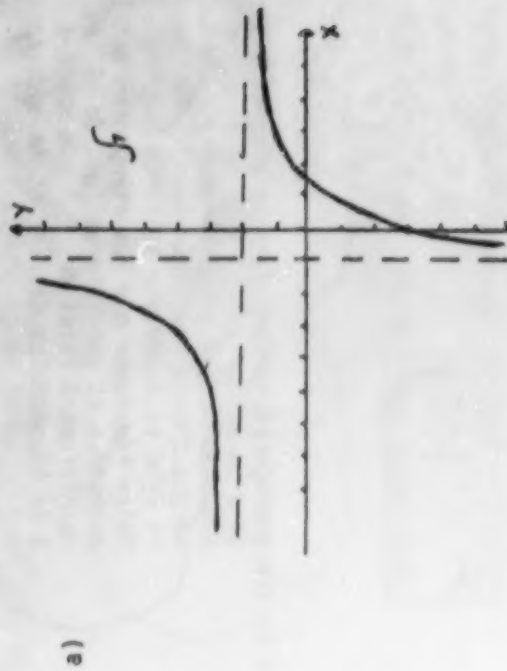
$$R.: y = \frac{5x + 3}{2x - 1}$$

4 b) Trace cette réciproque dans le plan cartésien.

Faire remarquer que les asymptotes ont été permutes et que le graphique de F est symétrique à celui de F^{-1} par rapport à la bissectrice des 1er et 3e quadrants.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

Réponses de l'exercice ci-contre:



$$\begin{aligned} \text{b) } \text{dom } F &= \mathbb{R} \setminus \{-1\} \\ \text{ima } F &= \mathbb{R} \setminus \{-2\} \end{aligned}$$

$$\text{c) } F \text{ est croissante pour } -\infty, -1[\cup]-1, +\infty$$

$$\text{d) } \text{l'équation de } F^{-1} \text{ est } y = -\frac{x-3}{x-2}$$

EXERCICES ET REFERENCES.

1. Exercice:

$$\text{soit } F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto \frac{2x-3}{x+1}$$

- Trace le graphique cartésien de F .
- Trouve le domaine et l'image de F .
- Pour quel intervalle la fonction F est-elle croissante?
- Trouve l'équation de F^{-1} .

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	2.2.1, 2.2.2, 2.2.3, 2.2.4, 2.2.5	PAGE: 37
ACTIVITES D'APPRENTISSAGE		EXERCICES ET REFERENCES.
<u>8e mission :</u> <u>étude de la fonction racine carrée.</u> La mise en situation suivante présente la fonction racine carrée non translatée. Vous devrez aussi présenter cette fonction dans sa forme translatée soit horizontalement, soit verticalement ou encore dans les 2 sens. L'enseignant présente la situation qui suit: "Si tu n'interviens pas, une catastrophe va se produire! A cause d'une erreur technique, un de tes satellites de communication s'éloigne dangereusement de la terre et il peut se perdre dans l'infinité de l'espace. Afin d'essayer de le récupérer, on te confie la mission d'étudier sa trajectoire ainsi que différentes autres données. Le nom de code de l'opération est "CONFIN".		

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

1) Tu as trouvé que la trajectoire du satellite est la même que celle de la fonction $F : x \mapsto \sqrt{x}$

Sur une feuille quadrillée, trace la courbe de cette fonction dans le plan cartésien.

F.I.C. 422, p. 210 à 212
ex. p. 217, no 10
p. 219, no 8

2) Trouve le domaine et l'image de cette fonction.

R.: $\text{dom } F = \mathbb{R}_+$ ou $[0, +\infty$

et

$\text{ima } F = \mathbb{R}_+$ ou $[0, +\infty$

F.I.C., p. 392-393
ex. p. 399, no 12, 13

Math. par obj. 522, p. 230
ex. p. 231, no 1

3) Trouve le minimum de cette fonction.

R. : 0

4) Dans quel intervalle cette fonction est-elle croissante?

R.: dans $[0, +\infty$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

5 a) Trouve l'équation de la réciproque de cette fonction.

$$R.: y = x^2 \text{ (où } x \geq 0)$$

5 b) Trace cette réciproque sur ton graphique. Que remarques-tu?

R.: la courbe de F-1 est symétrique de la courbe de F par rapport à la bissectrice des 1er et 3e quadrants.

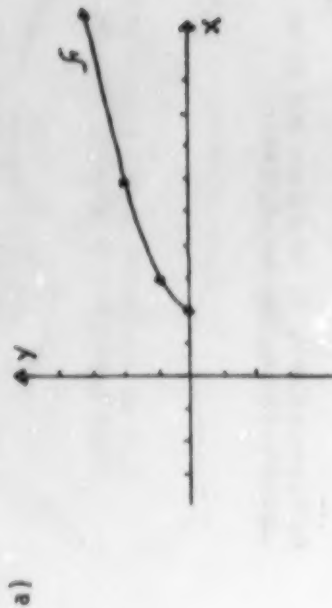
Malheureusement, tu constates que selon la trajectoire amorcée, tu ne peux le récupérer.

EXERCICES ET REFERENCES.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

Réponses à l'exercice ci-contre:



b) $\text{dom } F = [2, +\infty$

$\text{ima } F = [0, +\infty$

c) $\min F = 0$

d) F est croissante pour $[2, +\infty$

e) l'équation de F^{-1} est $y = x^2 + 2$ ($\text{cù } x \geq 0$)

1. Exercice:

soit la fonction
 $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto \sqrt{x-2}$ a) Trace le graphique cartésien
de F .b) Trouve le domaine et l'image
de F .

c) Détermine son minimum.

d) Pour quel intervalle F est-elle
croissante?e) Trouve l'équation de F^{-1} .

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

9e mission : étude de la fonction demi-cercle 531

Cette étude est du domaine de l'enrichissement.
Elle ne s'adresse qu'aux élèves inscrits en 531.

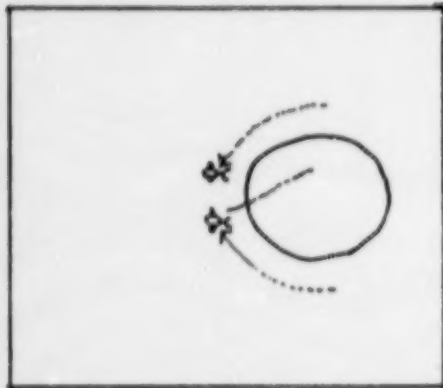
Voici la situation présentée:

Une erreur humaine peut produire un grave accident. Le centre de la NASA vient de constater qu'elle a lancé un satellite sur le même orbite que celui de l'U.R.S.S. et allant à la rencontre de ce dernier. Afin d'éviter la collision, l'opération "CORRECTION" est déclenchée.

En analysant la trajectoire d'un des satellites, tu constates qu'il suit une courbe définie par la fonction

$$F : x \mapsto \sqrt{16 - x^2}$$

EXERCICES ET REFERENCES.



$$F : x \mapsto \sqrt{r^2 - x^2}$$

où r est le rayon du cercle

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

1) Sur une feuille quadrillée, trace dans le plan cartésien le graphique de cette fonction.

2) Quel est le domaine et l'image de cette fonction?

R.: $\text{dom } F = [-4, 4]$, $\text{ima } F = [0, 4]$

3a) Quel est le maximum de cette fonction?

R.: $\text{max. } F = 4$

3b) Quel est le minimum de cette fonction?

R.: $\text{min } F = 0$

4a) Dans quel intervalle cette fonction est-elle croissante?

R.: dans $[-4, 0]$

4b) Dans quel intervalle est-elle décroissante?

R.: dans $[0, 4]$

Math. par obj. 522, p. 233

ex. p. 235, no 1

F.I.C. 522, p. 341

ex. p. 344, no 10

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

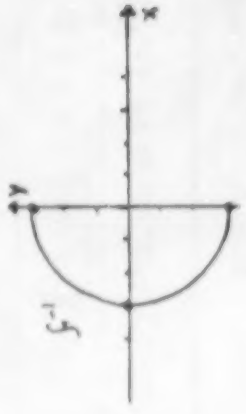
5 a) Quelle est l'équation de sa réciproque?

$$R.: y = + \sqrt{16 - x^2} \quad (\text{où } x \geq 0)$$

b) Dans le plan cartésien, trace cette réciproque.

6) Suggère maintenant une solution afin d'éviter la collision.

EXERCICES ET REFERENCES.

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	PAGE: 44
ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES.
Réponses à l'exercice ci-contre: a)  b) $\text{dom } F = [-3, 3]$ $\text{ima } F = [-3, 0]$ c) $\max F = 0$ et $\min F = -3$ d) F est croissante pour $[0, 3]$ et décroissante pour $[-3, 0]$ e)  l'équation de F^{-1} est $y = 3 - \sqrt{9 - x^2}$ (où $x \leq 0$)	1. Exercice: soit $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto -\sqrt{9 - x^2}$ a) Trace le graphique cartésien de F. b) Trouve $\text{dom } F$ et $\text{ima } F$. c) Détermine le maximum et le minimum de F. d) Pour quel intervalle F est-elle: - croissante? - décroissante? e) Trouve l'équation de F^{-1} et trace son graphique.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

10e mission: étude de la fonction demi-ellipse 531

Cette étude est du domaine de l'enrichissement.
Elle ne s'adresse qu'aux élèves inscrits en 531.

Voici la situation présentée:

On avise la NASA qu'une comète nous visite. La mission est de récolter le plus d'informations possibles sur cette comète jusqu'à présent inconnue. Le nom de code de l'opération est "HALLÉ".

Une première analyse permet d'identifier sa trajectoire; elle est donnée par la relation définie par

$$\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 4x^2 + 25y^2 = 100\}$$

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

1) Sur une feuille quadrillée, trace le graphique cartésien de cette relation.

2 a) Tu constates que sa trajectoire est elliptique, donc ce n'est pas une fonction. Si on ne veut conserver que la demi-ellipse supérieure, quelle est l'équation de cette fonction?

$$R.: y = 2/5 \sqrt{25 - x^2}$$

2 b) Trace son graphique cartésien.

3) Quel est le domaine et l'image de cette fonction?

$$R.: \text{dom} = [-5, 5] \text{ et } \text{ima} = [0, 2]$$

4) Quel est le maximum et le minimum de cette fonction?

$$R.: \text{max.} = 2 \text{ et min.} = 0$$

F.I.C. 522, p. 342
ex. p. 346, no 11

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

5 a) Dans quel intervalle est-elle croissante?

R.: dans $[-5, 0]$

b) Dans quel intervalle est-elle décroissante?

R.: dans $[0, 5]$

6 a) Quelle est l'équation de la réciproque de cette fonction?

R.: $y = +\frac{5}{2}\sqrt{4 - x^2}$ (où $x \geq 0$)

b) Trace le graphique cartésien de cette réciproque.

Cette réciproque est-elle fonctionnelle?

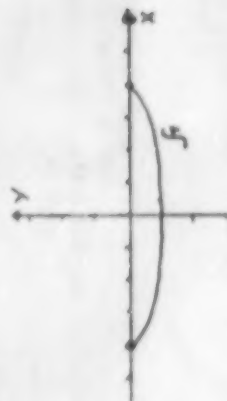
R.: non

ACTIVITÉS D'APPRENTISSAGE

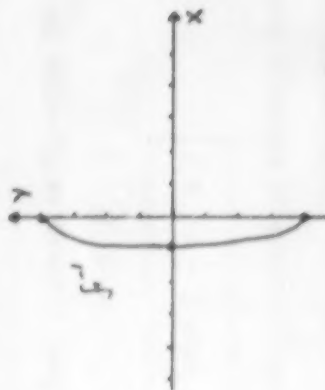
EXERCICES ET RÉFÉRENCES.

Réponses de l'exercice ci-contre:

a)

b) $\text{dom } F = [-4, 4]$ et $\text{ima } F = [-1, 0]$ c) $\max F = 0$ et $\min F = -1$ d) F est croissante pour $[0, 4]$
et décroissante pour $[-4, 0]$

e)

l'équation de F^{-1} est $\pm 4\sqrt{1-x^2}$ (où $x \leq 0$)

1. Exercice:

soit:
 $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto -\frac{1}{4}\sqrt{16-x^2}$

a) Trace le graphique cartésien de F .b) Trouve $\text{dom } F$ et $\text{ima } F$.c) Détermine le maximum et le minimum de F .d) Pour quel intervalle la fonction F est-elle:
croissante?
décroissante?e) Trouve l'équation de F^{-1} et trace son graphique cartésien.

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

11e mission : étude de la composée de deux fonctions.

Cette étude se limite à faire visualiser et à faire comprendre l'effet de cette composée.

Voici la situation présentée:

Un système spatial nous entraîne dans un sillon. Pour pouvoir solutionner cet énigme, il faut d'abord comprendre où va se retrouver le satellite dans sa course folle. Par l'opération connue sous le nom de code "SPIROGRAPHE", tu as découvert que le satellite a suivi un trajet donné par la composée ($g \circ f$) des fonctions f et g respectivement définie par

$$f : x \mapsto x + 1$$

et

$$g : x \mapsto x^2 - 3$$

OBJECTIF INTERMEDIAIRE	PAGE: 50
ACTIVITES D'APPRENTISSAGE	EXERCICES ET REFERENCES.
1) Trouve algébriquement la composée $g \circ f$ de ces deux fonctions. Rappeler que $g \circ f$ se lit " f suivie de g " $R.: g \circ f : x \mapsto x^2 + 2x - 2$ 2) Trace, dans le plan cartésien, cette composée.	Mat.: par obj. 522, p. 249-250 ex. p. 25, no 1 à 10 F.I.C. 422, p. 192 à 194 ex. p. 200, no 12, 13, 17, 18 F.I.C. 522, p. 367 ex. p. 374, no 3, 5, 6

ACTIVITES D'APPRENTISSAGE

EXERCICES ET REFERENCES.

Réponse à l'exercice ci-contre:

 $R.: g \circ F : x \mapsto 6x - 1$

1. Exercice:

 $\text{soit } F : R \rightarrow R : x \mapsto 3x$

et

 $g : R \rightarrow R : x \mapsto 2x - 1$ Trouve la composée $g \circ F$.



Gouvernement du Québec
Ministère
de l'Éducation

8687-417